

PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE HIERÁRQUICO: UMA APLICAÇÃO NO CONTROLE DE FORMIGAS EM UMA INDÚSTRIA DE PAPEL E CELULOSE

Silvio Alexandre de Araujo, Drielly Alves de Carvalho, Eduardo dos Santos Teixeira

Departamento de Matemática, IBILCE, UNESP - Universidade Estadual Paulista

R. Cristóvão Colombo, 2265 - Jardim Nazareth, São José do Rio Preto/SP

silvio.araujo@unesp.br, drielly.alves@unesp.br,

eduardo.teixeira@unesp.br

Marcos Scalabrin

Scicrop - Advanced analytics para a cadeia do Agro

R. Henrique Monteiro, 90 - 14º andar - Pinheiros, São Paulo/SP

Guilherme Willian Carlos

Suzano Papel e Celulose

Avenida Brigadeiro Faria Lima, 1355 - Jardim Paulistano, São Paulo/SP

RESUMO

Neste trabalho, abordamos o problema de controle de formigas que surge no setor agrícola de uma indústria de papel e celulose. A cada dia, uma equipe deve se deslocar pelas fazendas em que as árvores estão plantadas com o objetivo de fazer o controle de formigas em cada área visitada, sendo que, áreas com maior infestação devem ser priorizadas. Para tratar este problema, o interpretamos como um problema do caixeiro viajante hierárquico. Um modelo da literatura é utilizado e resultados computacionais, com base em dados reais, são apresentados comparando a abordagem hierárquica com a abordagem clássica utilizada pela indústria.

PALAVRAS CHAVE. Otimização linear inteira mista, Caixeiro viajante hierárquico, Indústria de papel e celulose

Tópicos 4. AG&MA – PO na Agricultura e Meio Ambiente; 14. OC – Otimização Combinatória; 16. POI – PO na Indústria

ABSTRACT

In this paper, we address the problem of ant control that arises in the agricultural sector of a paper and cellulose industry. Each day, a team must travel through the farms where the trees are planted in order to control ants in each visited area, and areas with greater infestation should be prioritized. To address this problem, we interpret it as a hierarchical traveling salesman problem. A model from the literature is used and computational results, based on real data, are presented comparing the hierarchical approach with the classic approach used by the industry.

KEYWORDS. Mixed integer linear optimization, Hierarchical traveling salesman, Pulp and paper industry

Paper topics 4. AG&MA - OR in Agriculture and Environment; 14. OC - Combinatorial Optimization; 16. POI - OR in Industry

1. Introdução

O setor de base florestal brasileiro é destaque pela alta produtividade, alta tecnologia, além de contribuir com as questões sociais do país como a oportunidade de empregos. Do ponto de vista econômico o setor representa 1,2% do PIB Nacional e receita bruta de R\$ 97,4 bilhões [IBÁ, 2020]. Sob o ponto de vista da produção de papel e celulose, o país se destaca devido ao clima favorável para a plantação e desenvolvimento dos eucaliptos. As plantações de árvores brasileiras são as mais produtivas do mundo, com um baixo tempo de rotatividade das árvores e alto rendimento das florestas, principalmente de espécies de eucalipto, além disso a grande extensão de terras disponíveis para o plantio favorece a produção [Borges, 2020].

No total, o Brasil possui 7,83 milhões de hectares de árvores plantadas, com predominância do eucalipto que representa 73% da área plantada. A produção de eucalipto no Brasil se concentra principalmente nas regiões Sul e Sudeste. Em 2019 o Brasil foi considerado o segundo maior produtor de celulose com 19,7 milhões de toneladas fabricadas [IBÁ, 2020]. A maior parte da produção de celulose é destinada para a exportação e o Brasil é o maior exportador de celulose no mercado mundial - em termos de valores, em 2019, o país exportou R\$ 1,7 bilhão a mais do que o Canadá, considerado o segundo maior exportador de celulose. Os principais destinos de exportação do Brasil são a China (43%) e os Estados Unidos (16%) [IBÁ, 2020].

Uma questão importante sobre a produção de papel e celulose é o elevado custo financeiro para a construção de uma indústria produtora: em média é necessário de R\$ 8 a R\$ 10 bilhões para a construção da indústria [Hora, 2017]. Com o elevado custo financeiro o setor tem investido em pesquisas e tecnologias a fim de conseguir planejar e executar a produção de forma adequada e otimizada, sendo a pesquisa operacional um ramo de grande valor para esse planejamento.

Neste contexto, no presente trabalho utilizamos técnicas de pesquisa operacional para auxiliar no problema de controle de formigas que surge no setor agrícola de uma indústria de papel e celulose. Os eucaliptos, utilizados como matéria-prima na indústria, são plantados em diversas fazendas, as quais são divididas em áreas geograficamente dispersas. Tais áreas estão sujeitas à infestação de formigas, que devem ser combatidas com um produto específico que, quando aplicado numa determinada área, faz com que as formigas levem este produto até o formigueiro, eliminando assim uma grande quantidade de formigas. Este produto deve ser aplicado de tempos em tempos para evitar grandes infestações. A cada dia uma equipe deve se deslocar pelas fazendas em que as árvores estão plantadas com o objetivo de fazer o controle de formigas nas áreas visitadas. Para definir as áreas que serão visitadas a cada dia, observa-se o tempo decorrido desde a última aplicação do produto, bem como o nível de infestação de cada área (segundo a observação visual realizada por funcionários da indústria). Desta forma, é feita uma escala hierárquica de prioridades das áreas e o objetivo é determinar as rotas que a equipe deve seguir de forma a minimizar a distância percorrida, mas levando em consideração a hierarquia das áreas.

Interpretamos este problema como um problema do caixeiro viajante hierárquico o qual é discutido na Seção 2. Na Seção 3, um modelo baseado na literatura é apresentado e considera uma estratégia de priorização denominada regra de prioridade *d*-relaxada. Na Seção 4, resultados computacionais, com base em dados reais, são apresentados comparando a abordagem hierárquica com a abordagem clássica utilizada pela indústria. Finalmente, na Seção 5, tem-se as conclusões e propostas futuras.

2. Revisão de Literatura

O problema do caixeiro viajante (PCV) é um clássico problema de otimização combinatorial amplamente abordado na literatura [Laporte, 1992]. Trata-se de um problema onde um

caixeiro deve sair de uma cidade inicial, visitar um conjunto de cidades e retornar para a cidade inicial de tal forma que todas as cidades sejam visitadas apenas uma vez e a rota realizada pelo caixeiro seja a menor possível.

Em teoria dos grafos, o problema pode ser representados por um grafo $G = (V, A)$, onde V é o conjunto de vértices (cidades) e $A = \{(i, j) : i, j \in V\}$ é o conjunto de arestas (ligação entre as cidades). No problema do caixeiro viajante as ligações entre as cidades possuem um custo c_{ij} associado que pode ser visto como a distância entre uma cidade e outra. Quando $c_{ij} = c_{ji}$ temos o PCV simétrico e quando $c_{ij} \neq c_{ji}$ o PCV é classificado como assimétrico. Além disso, a solução para o PCV em teoria dos grafos é denominada ciclo hamiltoniano, ou seja, é um ciclo que contém todos os vértices do grafo G , sendo que cada vértice aparece uma única vez no ciclo [Netto e Jurkiewicz, 2017]. Em termos computacionais o PCV é NP-completo, ou seja, não existe algoritmo de tempo polinomial para a sua solução [Garey e Johnson, 1979].

No PCV clássico a ordem em que os vértices são visitados não possui nenhuma restrição, a única condição imposta é que cada vértice seja visitado apenas uma vez. Em algumas situações reais essa condição pode não ser suficiente para representar o problema, pois existem casos em que a ordem de visita dos vértices se torna algo extremamente importante. Em outras palavras, é necessário considerar também uma prioridade entre os vértices.

Na literatura essa situação pode ser representada pelo Problema do Caixeiro Viajante Hierárquico (PCVH), no qual o objetivo é obter uma rota de custo mínimo com uma condição adicional de prioridade. Desta forma, além de cada vértice ser visitado apenas uma vez, os vértices de maior prioridade devem aparecer na rota antes daqueles de menor prioridade.

Como exemplos de situações onde o PCVH é usado temos as operações de ajuda humanitária, pois determinados grupos de pessoas podem necessitar de atendimentos ou recursos mais rápidos que outros [Campbell et al., 2008]; controle de desastre naturais, uma vez que quando acontecem desastres como tsunamis, maremotos ou desabamentos, algumas áreas necessitam de atenção o quanto antes, para que seja evitado o agravamento do incidente já ocorrido [Panchamgam, 2011]. Uma outra aplicação do PCVH é na prestação de serviços, onde uma certa empresa distribuidora de energia precisa atender à demanda dos seus clientes de acordo com suas necessidades e os lugares onde possa haver crianças ou o clima esteja extremamente frio, por exemplo, necessitam de prioridades em relação aos lugares onde não existem crianças e o clima está ameno [Panchamgam et al., 2013].

Em [Panchamgam, 2011] foi proposta uma estratégia de priorização denominada regra de prioridade d -relaxada (*d-relaxed priority rule*), que se mostrou eficaz para o balanceamento entre os objetivos de minimização dos custos da rota construída e o atendimento às prioridades estabelecidas nos problemas. As prioridades são consideradas de forma decrescente, isto é, os nós que recebem prioridade 0 devem ser atendidos antes dos nós de prioridade 1, os nós de prioridade 1 atendidos antes dos nós de prioridade 2, e assim sucessivamente.

Existem na literatura um número pequeno de trabalhos que utilizam a regra de prioridade d -relaxada. Recentemente em [Hà et al., 2020] foi proposta uma nova formulação para o modelo apresentado em [Panchamgam, 2011] e uma metaheurística para resolver instâncias maiores de até 200 vértices. Os resultados mostraram que a nova formulação conseguiu obter resultados para instâncias de até 100 vértices em um tempo computacional de até 5 horas. Além disso a metaheurística foi melhor que o método exato em relação ao tamanho dos problemas e tempo computacional.

A regra de prioridade d -relaxada acrescenta flexibilidade operacional ao permitir que o veículo visite os nós de prioridade $p + 1, \dots, p + d$ (se essas prioridades existirem na instância dada)

mas não a prioridade $p + d + l$ para $l \geq 1$ antes de visitar todos os nós de prioridade p (Panchangam et al. [2013]). Discutiremos com mais detalhes a regra na Seção 3, onde apresentaremos em detalhes uma formulação do problema do caixeiro viajante com a regra de prioridade d -relaxada.

3. Modelagem Matemática do Problema

3.1. Descrição do Problema

Como descrito nas seções anteriores, o modelo que apresentamos neste trabalho é o do Problema do Caixeiro Viajante com regra de prioridade d -relaxada (PCVH- d). Neste problema, temos um grafo $G = (V, A)$ e uma partição do conjunto V em P sub-conjuntos $V_p \subseteq V$, $p = 0, \dots, P - 1$, onde cada conjunto V_p representa um conjunto de vértices com igual prioridade de atendimento. No problema clássico do caixeiro viajante hierárquico, exigimos que todos os nós de cada conjunto V_p sejam atendidos antes que o próximo conjunto V_{p+1} de vértices possa começar a ser atendido [Panchangam et al., 2013]. Na regra de prioridade d -relaxada, vamos trabalhar de maneira menos restritiva com o atendimento aos nós prioritários.

O parâmetro d que dá nome à regra define quão flexível será o atendimento à hierarquia dos conjuntos de vértice. Quando fixamos um valor $d \in \mathbb{N}$ para o problema, permitimos que os nós dos conjuntos V_0, V_1, \dots, V_d sejam atendidos em qualquer ordem. Porém, para que os nós do próximo conjunto V_{d+1} possam começar a ser atendidos, exigimos que o conjunto V_0 seja completamente atendido antes. Depois, para que os nós em V_{d+2} possam começar a ser atendidos, exigimos que os nós em V_1 e em V_0 sejam completamente atendidos primeiro, e assim sucessivamente. Desta forma, um vértice $v \in V_q$ qualquer pode, no caso geral, figurar em um trecho de rota que inclui vértices nos conjuntos $V_{q-d}, V_{q-d+1}, \dots, V_q, V_{q+1}, \dots, V_{q+d}$, quando estes conjuntos estiverem definidos. Apresentamos na Figura 1 uma representação de uma instância numérica da regra.

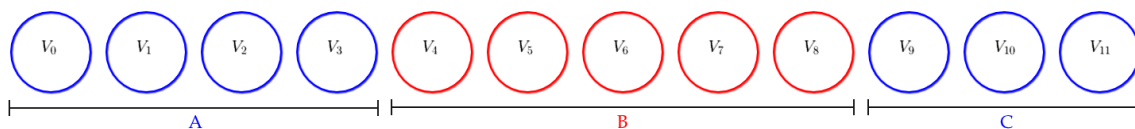


Figura 1: Em um problema com 12 subconjuntos V_0, V_1, \dots, V_{11} , se tomamos $d = 2$, apenas podemos começar o atendimento aos vértices do conjunto V_6 , por exemplo, quando os conjuntos V_0, \dots, V_3 já houverem sido completamente atendidos (representados pela letra A). Também, caso os conjuntos V_4 e V_5 sejam completamente atendidos e V_6 ainda não, então os nós em V_6 podem ser atendidos com a mesma prioridade dos nós em V_7 e V_8 . Desta forma, com $d = 2$, os nós em V_6 podem aparecer entre os nós em V_4, \dots, V_8 em uma solução factível (representados pela letra B). Para que o atendimento aos nós em V_9 (e nos conjuntos em diante, representados pela letra C) possa começar, é necessário que V_6 seja completamente atendido.

Podemos perceber, desta forma, que a variação do parâmetro d torna a hierarquia de prioridade dos conjuntos V_p cada vez mais ou menos relaxada. Em particular, quando tomamos $d = 0$, temos um problema do caixeiro viajante hierárquico onde o tamanho da rota é desprezível, isto é, os vértices do conjunto V_{p+1} apenas podem começar a ser atendidos depois que os nós do conjunto V_p tenham sido todos atendidos, independente do quão maior se torne a rota. Por outro lado, valores muito grande de d tornam a hierarquia de prioridades desprezível ao permitir que os atendimentos sejam feitos em qualquer ordem, o que reduz o problema em questão ao problema do caixeiro viajante. Em particular, para qualquer valor $d \geq P - 1$, a regra de prioridade d -relaxada deixa de adicionar restrições ao problema. [Panchangam, 2011]

3.2. Modelo Matemático

O modelo que apresentamos nesta seção é adaptado de [Hà et al., 2020] e foi proposto em [Panchangam, 2011]. Para a descrição do modelo, precisamos definir, inicialmente, um grafo $G = (V, A)$, onde $V = \{0, 1, \dots, n - 1\}$ é o conjunto dos seus vértices e $A = \{(i, j) : i \in V, j \in V, i \neq j\}$ é o conjunto das arestas. Vamos assumir que o nó 0 é a origem de todas as rotas construídas pelo modelo, i.e., de todas as soluções factíveis do problema.

Para a determinação da regra de prioridade d -relaxada, precisamos definir, também, uma quantidade P de conjuntos de vértices prioritários, cada um dos quais serão denotados por $V_p \subseteq V$, com $p = 0, \dots, P - 1$. Vamos supor, a princípio, que estes conjuntos são dois-a-dois disjuntos, e formam uma partição do conjunto V , isto é, para todo $v \in V$ existe um único conjunto $V_p \subseteq V$ tal que $p \in V_p$.

Por fim, vamos denotar por c_{ij} o custo de traslado entre as áreas representadas pelos vértices i e j e adotar um parâmetro $d \in \mathbb{N}$, $0 \leq d < P$, para a definição da regra de prioridade em estudo.

As variáveis que utilizaremos no modelo são:

$x_{ij} = 1$, se a aresta (i, j) faz parte da solução, isto é, se o caixeiro viajante se desloca da área i até a área j , ou zero em caso contrário;

u_j : Variável que representa qual a posição do vértice j em uma solução factível.

Com isto, o modelo pode ser formulado por:

$$\min \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s. a.} \quad \sum_{i \in V: (i,j) \in A} x_{ij} = 1, \quad \forall j \in V \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V: (i,j) \in A} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in V \quad (3)$$

$$u_0 = 0 \quad (4)$$

$$u_i - u_j + n x_{ij} \leq n - 1, \quad \forall (i, j) \in A : j \neq 0 \quad (5)$$

$$u_i + 1 \leq u_j, \quad \forall i \in V_p, j \in V_q : p, q \in \{0, \dots, P - 1\}, q > p + d \quad (6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (7)$$

$$u_j \in \mathbb{R}, \quad \forall j \in V \quad (8)$$

A função (1) representa o objetivo do modelo - construir uma solução para o problema que minimize a soma das arestas presentes na solução, isto é, uma rota com o menor custo possível passando por todas as áreas que precisam ser atendidas.

As restrições em (2) e (3) garantem que todas as áreas envolvidas no planejamento, representadas pelos vértices do grafo, serão visitadas uma única vez e serão deixadas uma única vez, respectivamente. As restrições em (4) e (5) são as restrições de eliminação de sub-circuitos nas soluções factíveis.

Podemos observar que as restrições (4) e (5) garantem, também, que as variáveis u_j representarão a ordem em que as áreas foram atendidas depois do vértice de origem na solução. Desta forma, as restrições em (6) representam a regra de prioridade d -relaxada, impondo que o atendimento aos conjuntos de prioridade $q > p + d$ sempre deve ser posterior ao atendimento aos conjuntos com índices $0, 1, \dots, p$ através de uma relação de ordem sobre as posições dos vértices

em V_p e V_q nas rotas. Por fim, as restrições (7) e (8) representam os domínios das variáveis do problema.

O objetivo do modelo é construir uma solução factível para o problema do caixeiro viajante - isto é, uma rota que inicia pelo vértice origem 0, inclui cada vértice diferente da origem uma única vez, e então a rota encerra voltando para o vértice 0 - mas garantindo o respeito à regra de prioridade d -relaxada.

Como já foi discutido nas seções anteriores, o valor do parâmetro d determina quão flexível será, ou não, o respeito à hierarquia de prioridade inicial entre os nós. Representamos na Figura 2 a variação das rotas obtidas conforme o parâmetro d cresce. Podemos observar que, quanto maior é o valor de d , menor é a rota construída, porém a importância dada às prioridades de atendimento também diminui.

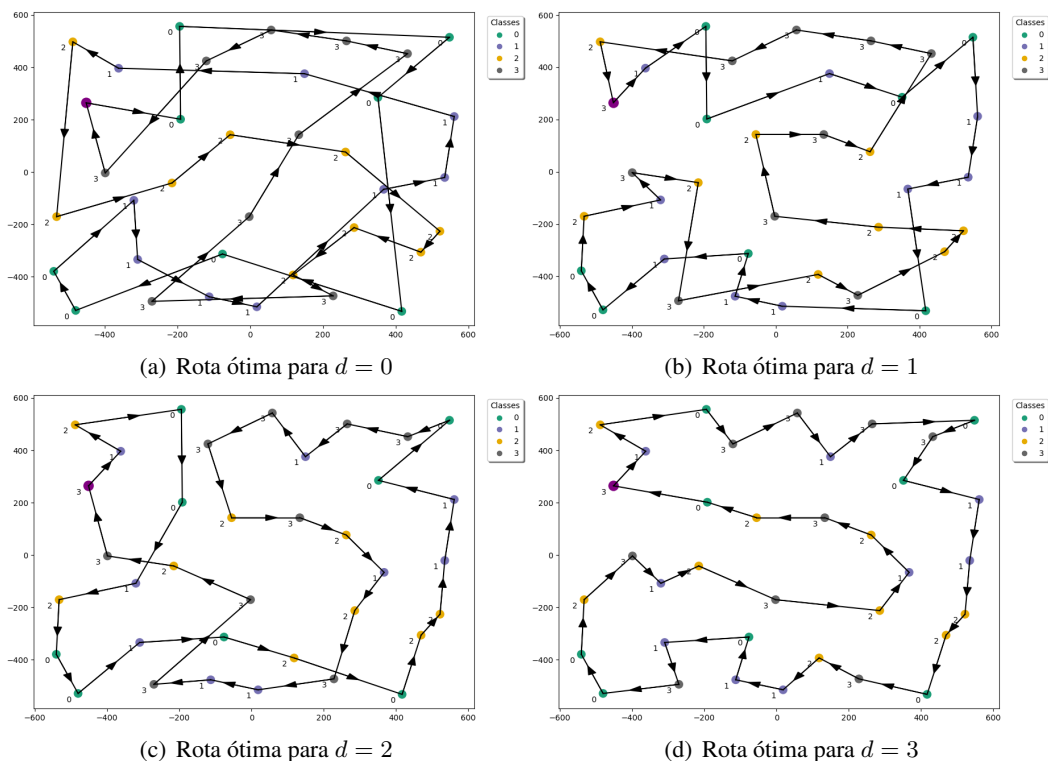


Figura 2: Conforme o valor do parâmetro d cresce, a hierarquia de prioridade entre os nós vai se tornando cada vez mais flexível. Nas imagens representamos as soluções ótimas para um problema dado com 4 conjuntos de prioridade. Para $d = 0$, as soluções devem atender completamente cada conjunto V_p antes de começar a atender o próximo conjunto V_{p+1} . No outro extremo, para $d = 3$, o problema se reduz ao problema do caixeiro viajante ordinário.

3.3. Desigualdades Válidas e Reformulação do Modelo

A forma como a regra de prioridade d -relaxada foi construída permite fazer algumas afirmações sobre a ordem de atendimento das áreas. As restrições em (6) representam a condição principal da regra, entretanto, outras relações decorrentes desta podem ser analisadas e utilizadas para a obtenção de *desigualdades válidas* para o problema, melhorando a sua formulação e tornando o processo de solução computacional do problema mais eficiente. Alguns exemplos de restrições

que podem ser utilizadas para este fim são:

$$\sum_{i \in V_p} \sum_{\substack{j \in V_q: \\ (i,j) \in A}} x_{ji} = 0, \quad \forall i \in V_p, j \in V_q : p, q \in \{0, \dots, P-1\}, q > p + d \quad (9)$$

$$\sum_{j \in V_p} x_{0j} = 0, \quad \forall p \in \{0, \dots, P-1\}, p > 1 + d \quad (10)$$

$$\sum_{i \in V_p} x_{i0} = 0, \quad \forall p \in \{0, \dots, P-1\}, p < P-1-d \quad (11)$$

$$\sum_{i \in V_p} \sum_{\substack{j \in V_q: \\ (i,j) \in A}} x_{ij} \leq 1, \quad \forall i \in V_p, j \in V_q : p, q \in \{0, \dots, P-1\}, q > p + d \quad (12)$$

Dado que estamos impondo que as áreas em um conjunto V_q apenas podem ser atendidas depois que as áreas em V_p já estejam totalmente atendidas, para todo índice $q > p + d$ definido, então podemos afirmar com certeza que não haverá o deslocamento das áreas em V_q de volta para as áreas em V_p , o que está expresso nas restrições (9), proposta em [Panchangam, 2011] e apresentadas também em [Hà et al., 2020]. Mais ainda, podemos afirmar que uma relação análoga se aplica ao vértice de origem, o qual não está incluso em nenhum dos conjuntos de prioridades, o que define as restrições (10) e (11).

As restrições em (12) complementam esta relação da seguinte forma: quando o trabalho nas áreas do conjunto V_p é terminado, é possível que o próximo vértice a ser visitado pertença a um conjunto V_q tal que $q > p + d$, fato este que pode acontecer no máximo uma única vez. As restrições (10), (11) e (12) foram propostas em [Hà et al., 2020].

Além das desigualdades válidas apresentadas, propomos utilizar, neste trabalho, uma reformulação das restrições em (5), baseada na aplicação de *lifting* a este conjunto de restrições. Notando que estas restrições podem ser identificadas como sendo as restrições de eliminação de sub-rotas MTZ do problema do caixeiro viajante clássico, a reformulação através de *lifting*, conforme apresentado em [Desrochers e Laporte, 1991] e revisado em [Kara et al., 2004] é:

$$u_i - u_j + nx_{ij} + (n-2)x_{ji} \leq n-1, \quad \forall (i,j) \in A : j \neq 0. \quad (13)$$

Desta forma, através da inclusão das variáveis x_{ji} às restrições originais, podemos obter uma formulação mais apertada do problema.

Em resumo, os testes computacionais que apresentamos na Seção 4 são referente à formulação do problema dada pela função objetivo (1), as restrições originais do problema (2)-(4), (6)-(8), as desigualdades válidas dadas em (9)-(12) e o conjunto de restrições de eliminação de sub-rotas MTZ com *lifting* dado em (13).

4. Resultados e Discussão

4.1. Descrição dos experimentos

O modelo proposto foi aplicado sobre dados de distâncias entre áreas produtoras de uma empresa de papel e celulose. Baseando-se no grau de infestação por formigas nas unidades de plantio de eucalipto e no período desde a última aplicação dos produtos utilizados para o controle de infestação, os técnicos da empresa definem uma lista de áreas que precisam ser visitadas de forma ordenada com respeito à demanda por atendimento. Estas áreas foram, então, reunidas em grupos de igual prioridade de atendimento, e os experimentos foram realizados visando analisar o

impacto da variação do parâmetro d sobre os resultados obtidos. Os resultados apresentados nesta seção mostram como o modelo do caixeiro viajante com regra de prioridade d -relaxada pode ser versátil no planejamento de atividades com hierarquia de prioridade para a qual o atendimento a estas prioridades pode ser flexibilizado em algum nível.

Os testes foram realizados em um computador com sistema operacional Windows 7, processador Intel Core i5-2430 2.4GHz e 4 Gb de memória RAM, utilizando-se o solver Gurobi Optimizer versão 9.1.1, com a implementação do modelo realizada em linguagem Python. Os resultados dos estudos computacionais estão divididos em duas partes: na Sub-seção 4.2 são apresentados os resultados utilizando o modelo clássico do caixeiro viajante aplicado sobre os dados inicialmente ordenados, conforme proposto pela equipe da empresa como primeira estratégia para planejar as atividades, e na Sub-seção 4.3 apresentamos os resultados obtidos agrupando as unidades de plantio e fazendo variar o parâmetro d .

As instâncias trabalhadas representam as seguintes situações: a primeira instância (Instância I1) corresponde a um período de cinco dias de planejamento de trabalho e é constituída de 29 unidades produtoras, a segunda instância (Instância I2) representa um planejamento de sete dias, incluindo um total de 49 áreas, e a última instância (Instância I3) é referente a um período de 10 dias de trabalho, onde é necessário fazer a logística das operações para 91 unidades de produção. Visando definir uma hierarquia sobre as prioridades de atendimento das áreas, estas foram sub-divididas em seis sub-conjuntos em cada instância. Desta forma, I1 foi dividida em cinco subconjuntos V_0, \dots, V_4 com cinco unidades produtoras em cada e um sub-conjunto V_5 com quatro unidades; I2 foi dividida com V_0, \dots, V_4 incluindo oito áreas em cada, e V_5 incluindo nove áreas e I3 foi dividida de modo que V_0, \dots, V_4 são constituídos de 15 áreas em cada, e V_5 contém 16 áreas. Esta divisão foi feita através de uma divisão direta da lista de ordem de prioridades disponibilizada pela empresa.

4.2. Resultados para o modelo do caixeiro viajante clássico

A abordagem inicialmente proposta pelos técnicos da empresa era baseada apenas no uso do problema do caixeiro viajante sobre os dados de distâncias. Considerando-se que as áreas no qual se realizará o planejamento já estão inicialmente ordenadas por prioridade, pode-se dividir estas áreas em sub-grupos correspondentes a uma quantidade de dias de trabalho e analisar o resultado através deste modelo, abordagem que permite produzir uma solução que minimiza as rotas entre as áreas que serão atendidas incluindo alguma forma de priorização. Entretanto, conforme podemos observar nos resultados dos testes computacionais, nas soluções do problema do caixeiro viajante pelo solver, apresentados na Tabela 1, as rotas construídas tendem a não respeitar a hierarquia de prioridades, haja visto que no problema clássico do caixeiro viajante a única preocupação é com a minimização da distância total percorrida.

Na Tabela 1 estão descritos a distância total percorrida, em quilômetros, na rota obtida (Dist. Total), o tempo total de solução utilizado pelo solver para chegar às soluções (Tempo), o GAP percentual da rota e as seis últimas colunas representam a distância total percorrida até se atender a última área em cada conjunto V_p do problema na primeira linha, e a posição que esta última área se localiza na rota de atendimento construída entre parênteses, na segunda linha.

Analisando os resultados obtidos, podemos perceber como a hierarquia de prioridades não é respeitada através desta abordagem. A inspeção da coluna correspondente aos conjuntos V_0 , de maior prioridade de cada instância, reflete isto: Na Instância I1, por exemplo, a última área atendida na rota está na posição 29, isto é, na última posição da rota. Da mesma forma, na Instância I2 podemos ver que a última área com prioridade máxima foi incluída na posição 43 da rota, entre 49 áreas no planejamento, e em I3 a última área entre as 15 de V_0 é atendida apenas na posição 60 da lista de trabalho.

PCV	Dist. Total	Tempo	GAP	Dist. (Pos.) V_0	Dist. (Pos.) V_1	Dist. (Pos.) V_2	Dist. (Pos.) V_3	Dist. (Pos.) V_4	Dist. (Pos.) V_5
Inst. I1	32.98	155s	0	32.98 (29)	30.02 (25)	18.33 (19)	18.71 (20)	32.03 (28)	30.54 (26)
Inst. I2	96.10	1h	30.7%	86.30 (43)	88.48 (44)	94.24 (47)	96.10 (49)	94.15 (46)	27.82 (14)
Inst. I3	149.86	1h	20.95%	56.46 (60)	50.07 (52)	133.88 (89)	149.86 (91)	74.34 (72)	127.38 (86)

Tabela 1: Resultados obtidos com o modelo do caixeiro viajante. Os tempos de execução foram limitados a 30 minutos em I1 e uma hora em I2 e I3.

Estes resultados permitem afirmar que, apesar da eficiência do modelo do caixeiro viajante para a minimização dos custos da rota, utilizá-lo para planejar uma operação logística que envolve diferentes graus de prioridade de atendimento não é uma estratégia com a garantia do respeito às prioridades. No caso da Instância I1, em particular, verificamos que a última área de prioridade máxima foi deixada como a última na ordem de atendimento da rota.

4.3. Resultados para o modelo com a regra d -relaxada

Em contraste com as soluções apresentadas na Tabela 1, onde não consideramos nenhum grau de prioridade entre as áreas em estudo, resolvendo o modelo considerando apenas as distâncias entre as áreas, apresentamos nesta Seção os resultados obtidos em experimentos que consideram diferentes graus de flexibilidade para a hierarquia de prioridades estabelecida.

Nas Tabelas 2, 3 e 4 apresentamos a distância total de cada rota em quilômetros (Dist. Total (KM)), o tempo total de trabalho do solver (Tempo de solução), o GAP da solução e a distância acumulada e a posição na rota da última área visitada em cada conjunto de prioridade (Dist Ac. (Úl. Pos.)). A Tabela 2 apresenta os resultados dos experimentos computacionais realizados com a Instância I1.

Instância I1	$d = 0$	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$
Dist. Total (Km)	92.34	54.82	46.92	43.09	40.91
Tempo de solução	0.98s	11.64m	30m	30m	30m
GAP da solução	0	0	13.59%	17.62%	17.31%
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_0	11.83 (5)	15.46 (8)	19.01 (14)	17.43 (15)	15.15 (14)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_1	28.41 (10)	18.02 (12)	19.74 (15)	19.10 (17)	31.19 (25)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_2	37.00 (15)	24.70 (20)	9.64 (12)	35.56 (26)	33.37 (26)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_3	40.63 (20)	21.94 (19)	36.94 (26)	32.75 (25)	29.19 (24)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_4	69.74 (25)	54.82 (29)	45.70 (28)	41.86 (28)	39.68 (28)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_5	92.34 (29)	53.36 (28)	46.92 (29)	43.09 (29)	40.91 (29)

Tabela 2: Resultados obtidos para a Instância I1 com o tempo de solução restrito a 30 minutos.

Podemos verificar que nesta instância, a solução para os valores de $d = 0$ e $d = 1$ foi possível antes do limite de tempo imposto sobre o trabalho do solver, sendo que a solução do caso $d = 0$ foi realizada em um tempo inferior a 1 segundo de trabalho computacional. Destacamos como a variação de $d = 0$ para $d = 1$ gerou um impacto expressivo na distância total percorrida na

rota, com a solução do caso $d = 1$ percorrendo uma distância aproximadamente 40.63% inferior à distância do caso $d = 0$ quando permitimos apenas o menor grau de flexibilização das prioridades.

Para os casos $d = 2$, $d = 3$ e $d = 4$, vemos que não foi possível provar a otimalidade das soluções dentro do tempo estipulado para o solver. Ainda assim, observamos que a distância total percorrida em cada rota diminui sempre conforme o valor de d aumenta, ao custo de um menor respeito à hierarquia original de prioridade dos atendimentos.

Nas Tabelas 3 e 4 estão apresentados os resultados obtidos para as instâncias I2 e I3, respectivamente. De uma forma geral, os resultados observados seguem um padrão geral similar - soluções com distâncias totais percorridas cada vez menores conforme o valor do parâmetro d aumenta, mas um respeito cada vez menor à hierarquia de prioridades.

Instância I2	$d = 0$	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$
Dist. Total (Km)	187.29	127.73	113.42	111.82	96.10
Tempo de solução	7.58m	1h	1h	1h	1h
GAP da solução	0	34.88%	31.97%	33.81%	30.7%
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_0	15.60 (8)	17.11 (11)	20.46 (19)	17.71 (16)	33.91 (34)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_1	33.44 (16)	36.66 (23)	23.58 (23)	48.84 (32)	31.68 (31)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_2	61.34 (24)	44.65 (27)	44.83 (33)	46.76 (28)	32.97 (33)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_3	86.39 (32)	67.04 (35)	46.70 (35)	51.13 (35)	35.41 (35)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_4	163.87 (40)	126.51 (47)	112.20 (47)	110.61 (47)	94.88 (47)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_5	187.29 (49)	127.73 (49)	113.42 (49)	111.82 (49)	96.10 (49)

Tabela 3: Resultados obtidos para a Instância I2 com o tempo de solução restrito a uma hora.

Instância I3	$d = 0$	$d = 1$	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$
Dist. Total (Km)	340.28	270.78	227.73	174.34	161.59
Tempo de solução	1h	1h	1h	1h	1h
GAP da solução	2.04%	30.66%	40.28%	32.67%	28.43%
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_0	19.74 (15)	26.47 (25)	40.38 (32)	30.18 (29)	33.66 (34)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_1	48.14 (30)	42.73 (32)	41.02 (35)	37.26 (38)	43.15 (46)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_2	127.82 (45)	138.28 (53)	104.06 (51)	166.71 (86)	145.61 (89)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_3	234.23 (60)	181.95 (62)	222.41 (89)	174.34 (91)	161.59 (91)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_4	263.29 (75)	223.65 (88)	227.73 (91)	81.09 (72)	79.92 (72)
Dist Ac. (Úl. Pos.) - V_5	340.28 (91)	270.78 (91)	225.98 (90)	172.10 (90)	139.11 (86)

Tabela 4: Resultados obtidos para a Instância I3 com o tempo de solução restrito a uma hora.

Apresentamos na Figura 3 uma representação gráfica da variação da distância total percorrida em cada instância em função da variação do parâmetro d . Analisando a imagem e os resultados nas tabelas 2, 3 e 4, podemos verificar que a maior redução nas distâncias ocorre na mudança de $d = 0$ para $d = 1$, assim como a redução de $d = 1$ para $d = 2$ também sempre leva a uma redução expressiva na distância. Desta forma, podemos verificar que com graus mais baixos de flexibilização da hierarquia nas instâncias já foi possível reduzir as distâncias das rotas sem prejudicar totalmente a hierarquia de prioridades proposta. Com isto, é possível produzir soluções versáteis para a aplicação em estudo.

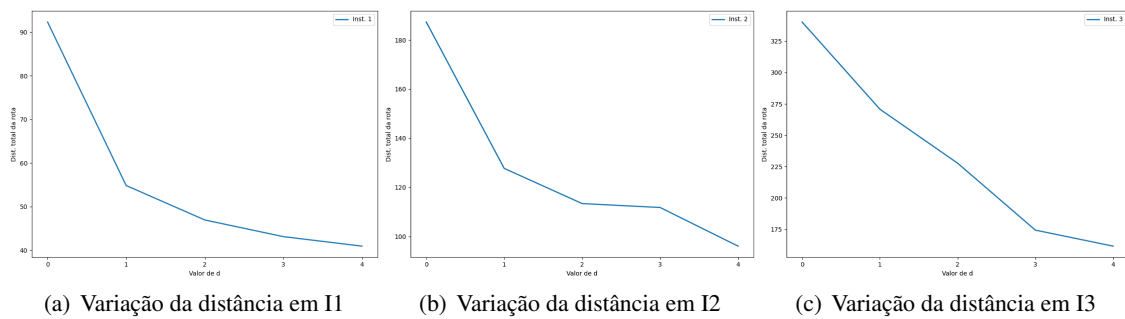


Figura 3: Variação da distância em relação ao parâmetro d nas instâncias estudadas.

5. Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho utilizou-se um modelo matemático do problema do caixeiro viajante hierárquico, em que se considera uma regra de prioridade d -relaxada, para tratar do problema de controle de formigas em uma indústria de papel e celulose. Com base em dados reais, resultados computacionais foram obtidos comparando a abordagem utilizada pela empresa com a abordagem utilizando a regra de prioridade. Os resultados computacionais mostram que a abordagem proposta neste trabalho obtém bons resultados, possibilitando atender bem às prioridades com um pequeno aumento na distância percorrida.

Apesar de boa aplicabilidade prática das soluções obtidas e da verificação de que o modelo é adequado para flexibilizar o planejamento das atividades da empresa, um ponto que deve ser destacado é que na maioria das instâncias estudadas, o solver não foi capaz de provar a otimalidade das soluções, e os valores de GAP não permitem afirmar com certeza se as soluções obtidas estão próximas ou não das melhores. Desta forma, uma direção importante de trabalho futuro é na reformulação do modelo, seja através da inclusão de desigualdades válidas no modelo apresentado, seja através da adaptação de outras formulações do problema do caixeiro viajante à regra de prioridade d -relaxada. O desenvolvimento de heurísticas também é uma direção interessante para pesquisas futuras.

Além da melhoria do processo de solução do modelo, enfatizamos, ainda, que dentro das possibilidades de trabalhos futuros, observa-se que a agricultura, de forma geral, é uma área onde o PCVH pode apresentar uma grande contribuição para a solução de problemas operacionais, como no controle de pragas, onde espera-se que o controle nas áreas onde há uma maior infestação de algum tipo de praga seja realizado antes das áreas menos atingidas. Outro processo onde é possível utilizar o PCVH é a colheita de matéria prima - pensando na qualidade do produto que é produzido no campo, o agricultor faz um planejamento de colheita de forma que cada produto seja colhido no seu melhor momento, fazendo com que seja estabelecida uma prioridade no processo. Essa prioridade, quando respeitada, pode gerar oportunidades importantes de melhoramento da produtividade para o agricultor.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) (Processos 305261/2018-5 e 406335/2018-4) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) (Processos 2013/07375-0 e 2016/01860-1) pelo apoio financeiro. Agradecemos também às empresas SciCrop e Suzano Papel e Celulose.

Referências

- Borges, C. d. B. (2020). Perspectivas para a aplicação da tecnologia BECCS para a captura de CO₂ na indústria de papel e celulose no Brasil. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Química), UFSCAR (Universidade Federal de São Carlos), São Paulo, Brasil.
- Campbell, A. M., Vandenbussche, D., e Hermann, W. (2008). Routing for relief efforts. *Transportation science*, 42(2):127–145.
- Desrochers, M. e Laporte, G. (1991). Improvements and extensions to the miller-tucker-zemlin subtour elimination constraints. *Operations Research Letters*, 10(1):27–36. ISSN 0167-6377.
- Garey, M. e Johnson, D. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness*. Mathematical Sciences Series. W. H. Freeman. ISBN 9780716710448.
- Hà, M. H., Nguyen Phuong, H., Tran Ngoc Nhat, H., Langevin, A., e Trépanier, M. (2020). Solving the clustered traveling salesman problem with -relaxed priority rule. *International Transactions in Operational Research*.
- Hora, A. B. d. (2017). Panoramas setoriais 2030: papel e celulose. In: Panoramas setoriais 2030: desafios e oportunidades para o Brasil. Rio de Janeiro: Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, 2017. Sem volume, p. [79]-91.
- IBÁ (2020). Relatório anual da Indústria Brasileira de Árvores. Disponível em: <https://iba.org/datafiles/publicacoes/relatorios/relatorio-iba-2020.pdf>. Acessado: 12 de maio de 2021.
- Kara, I., Laporte, G., e Bektas, T. (2004). A note on the lifted miller-tucker-zemlin subtour elimination constraints for the capacitated vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 158(3):793–795. ISSN 0377-2217.
- Laporte, G. (1992). The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59(2):231–247.
- Netto, P. O. B. e Jurkiewicz, S. (2017). *Grafos: introdução e prática*. Editora Blucher.
- Panchamgam, K., Xiong, Y., Golden, B., Dussault, B., e Wasil, E. (2013). The hierarchical traveling salesman problem. *Optimization Letters*, 7(7):1517–1524.
- Panchamgam, K. V. (2011). *Essays in Retail Operations and Humanitarian Logistics*. PhD thesis, University of Maryland, College Park.